

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРНЫХ РАЗМЕРОВ ПИРАМИДЫ ХЕОПСА ЧЕРЕЗ ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ

*С.И. Якушко, к.т.н., доц. СумДУ*

Золотое сечение считается одной из тайн мироздания. По словам русского философа А.Лосева, «мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиняющееся закону гармоничного деления – Золотого сечения» [1].

Термин «Золотое сечение» был введен Леонардо да Винчи, который также назвал его «Божественной пропорцией». С Золотым сечением связаны числа Фибоначчи. Различные приложения, основанные на Золотой пропорции и числах Фибоначчи, нашли свои приложения в математике, физике, философии, ботанике, биологии, медицине, компьютерной науке. Принципы Золотой пропорции используют в своем творчестве художники, музыканты, поэты, скульпторы, архитекторы.

Божественная пропорция присутствует в окружающем нас мире: расположение листьев на стеблях растений, спираль морской раковины, соотношение мужских и женских особей в пчелином рое, в соотношении различных частей тела человека и т.д.

В последние годы в математике, информатике и кибернетике значительно возрос интерес к теории чисел Фибоначчи и золотого сечения. В этом направлении сейчас ведутся фундаментальные исследования. Учеными России, Украины и Белоруссии внесен значительный вклад в развитие теории чисел Фибоначчи [2]: введено понятие золотого вурфа и вурфовой последовательности как принципиально новых инвариантов биологических объектов, имеющих трехчленное строение (плечо-предплечье-кость, бедро-голень-стопа и т.д.), проведено обобщение задачи о золотом сечении и на этой основе сформулирован закон структурной гармонии систем, создана алгоритмическая теория измерения и «фибоначчиевых» систем счисления как новых информационных основ вычислительной и измерительной техники, разработана теория гиперболических функций Фибоначчи и Люка, позволившая содать на этой основе геометрическую теорию филлотаксиса и сформулировать ботанический закон преобразования спиральных биосимметрий. В последнее время золотое сечение обнаружено в сердечных структурах млекопитающих, в структуре хлоропластов высших растений, в ритмах головного мозга. Обнаружены химические соединения, организованные «по Фибоначчи». На основе золотого сечения разработаны принципы возрастной стоматологии [2]. Золотое сечение присутствует в строении ДНК, Земли, Вселенной...

Этот ряд примеров можно продолжать. Золотое сечение начинает играть существенную роль в современной физике: израильским ученым Шехтманом открыты квазикристаллы с 5-кратной (пентагональной) симметрией, что противоречит законам классической кристаллографии, работы польского ученого Яна Гржедзельского, работающего в области теории самоорганизующихся систем, позволили по-новому взглянуть на золотую пропорцию как пропорцию термодинамического равновесия в самоорганизующихся системах [2].

Это свидетельствует о том, что все гармонично построенные объекты подчиняются принципу Золотой пропорции и человеческий глаз сразу, без глубинного анализа строения объекта, видит его красоту. Анализ показывает, что как только мы видим объект красивым, гармоничным, это означает, что его строение подчиняется принципу Золотой пропорции.

Что же такое Золотое сечение?

Золотое сечение – это так называемое деление отрезка в крайнем и среднем отношении, при котором полученные после деления отрезки удовлетворяют равенству [3]:

$$\frac{AD}{DF} = \frac{DF}{AF} \quad (1)$$

Установлено [3], что величина этого отношения равна  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$ .

Греческая буква  $\Phi$  (число РНП), которой обозначают величину Золотого сечения, является первой буквой в имени знаменитого греческого скульптора Фидия, который широко использовал Золотое сечение в своих скульптурных произведениях [1].

Еще из «Начал» Эвклида известен следующий способ построения Золотого сечения с использованием циркуля и линейки.

Пусть у нас имеется «двойной» квадрат – прямоугольник с соотношением сторон 2 : 1 (см. рис. 1). Указанный квадрат уже построен на принципах Золотой пропорции, поскольку отношение суммы величин диагонали и меньшей стороны прямоугольного треугольника к величине большей стороны этого треугольника как раз и равняется указанной величине 1,618:

$$\frac{AB + BD}{AD} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618 \quad (2)$$

Получим построением точку F (см. рис. 1), удовлетворяющую равенству (1). Для этого из точки B радиусом AB проведем дугу до пересечения с диагональю BD, а из точки D, как из центра, проведем дугу радиусом ED до пересечения со стороной AD квадрата. Полученная точка F разделяет сторону AD в крайнем и среднем отношении.

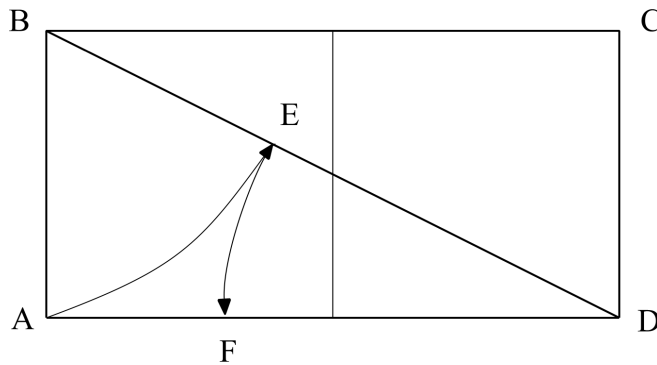


Рисунок 1

Рассмотрим, присутствует ли Золотое сечение в одном из чудес света - в пирамиде Хеопса. Этой теме посвящен ряд работ [2,4,5,6,11], в которых утверждается, что в пирамиде Хеопса были заложены пропорции золотого сечения. Гипотезу о том, что пропорции пирамиды связаны с отношением золотого сечения, еще в 1855 г. выдвинул Г.Ребер [11], тем более что эта гипотеза подтверждается известным свидетельством Геродота [11].

Размеры пирамиды оцениваются различными исследователями различно [5,6,7,8]. Так, высота пирамиды в зависимости от источников, находится в пределах от 146,6 до 148,2 м. Причина этих расхождений в том, что пирамида является усеченной. Верхняя часть пирамиды имеет площадку 10x10 м, а столетие назад она была размером 6x6 м. Очевидно, что вершину разобрали, и она не отвечает первоначальной. Сейчас высота ее от основания до вершины составляет 137,3 м, а стороны основания равны 230,4 м. Считается, что до потери облицовки размер стороны равнялся 232,4 м [8].

Пирамида имеет внутри три камеры [8]: первая камера вырублена в скале на глубине 30 м ниже основания и не совсем точно посередине; вторая расположена в ядре пирамиды точно под вершиной на высоте приблизительно 20 м над основанием,

и третья камера расположена на высоте 42,3 м над основанием немного южнее от оси пирамиды.

В основе Великой пирамиды Хеопса лежит скала высотой приблизительно 8,2 метра. Периметр Пирамиды, находящийся на гранитной поверхности, идеально выровнен и представляет собой идеальный квадрат.

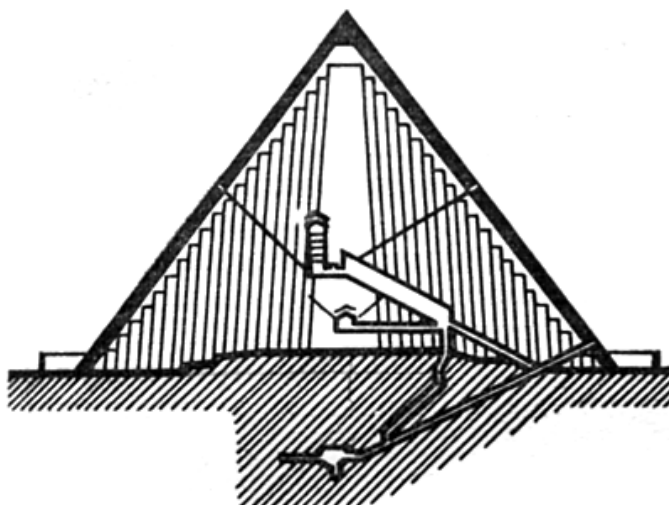


Рисунок 2 – Пирамида Хеопса в разрезе

Первоначальный вход расположен на северной стороне на высоте 25 метров над основанием. Узкий туннель ведет вниз под углом  $26^{\circ}31'$  к нижней камере. На некотором расстоянии от входа начинается другой туннель, ведущий к верхней камере под тем же самым углом, что и первый. Далее туннель переходит в Большую Галерею длиной 47 метров (см. рис. 2).

Особый интерес вызывают шахты, идущие на север и на юг от камер, и имеют следующие углы отклонения от горизонтали: от верхней камеры северная шахта –  $32^{\circ}28'$ , южная -  $45^{\circ}$ , от нижней камеры северная шахта –  $37^{\circ}28'$ , южная -  $39^{\circ}30'$ .

Теперь рассмотрим, как согласуется пирамида Хеопса с Золотым сечением.

Угол наклона диагонали двойного квадрата равен

$$\operatorname{tg} \frac{AB}{AD} = 26,565^{\circ} = 26^{\circ}34' \quad (3)$$

Полученное значение практически совпадает с углом наклона туннеля Большой Галереи  $26^{\circ}31'$ . Было бы просто совместить диагональ двойного квадрата с Большой Галереей, однако он плохо встраивается во внутрь пирамиды, если его поставить на основание Пирамиды.

Картина резко меняется, если в качестве основания пирамиды принять не уровень основания, а уровень нижней камеры (см. рис. 3).

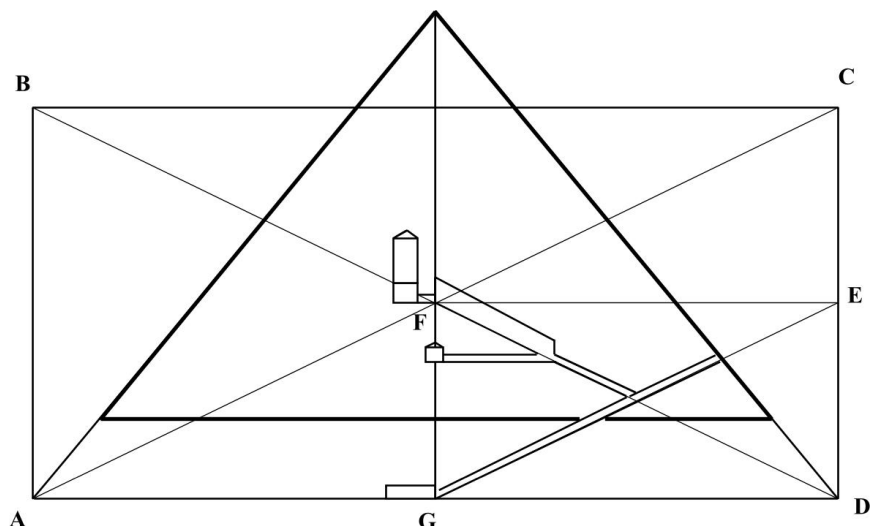


Рисунок 3 – Схема совмещения двойного квадрата и пирамиды Хеопса в разрезе

Двойной квадрат ABCD, совмещенный с уровнем нижней камеры, как бы гармонизирует пирамиду: становится связанной с основной пирамидой нижняя камера; Большая Галерея и ведущий к ней туннель проходят точно по диагонали двойного квадрата; туннель, идущий от входа в пирамиду к нижней камере, совпадает с диагональю малого двойного квадрата DEFG, равного четверти начального двойного квадрата ABCD; верхняя камера находится на пересечении диагоналей двойного квадрата.

Остается не связанной только средняя камера. Для этого разобьем малый двойной квадрат DEFG пополам и проведем окружность из точки J, диаметр которой равен меньшей стороне малого двойного квадрата DEFG. Пересечение этой окружности с диагональю первоначального двойного квадрата дает нам точку начала Большой Галереи, а пересечение горизонтальной линии, проведенной из этой точки, с вертикальной осью пирамиды точно совпадает со средней камерой (см. рис. 4).

Остается невыясненным, из каких построений мы получаем вершину K пирамиды. Угол наклона граней пирамиды Хеопса у различных авторов колеблется в пределах от  $51^{\circ}50'$  [2] до  $51^{\circ}52'$  [8]. Есть различные подходы к вычислению истинного угла наклона граней пирамиды.

Считается [11], что угол наклона граней пирамиды оценивают через целочисленное отношение 14 : 11, которое с хорошей точностью образуют высота и половина основания. Однако, как справедливо считает автор [11], при строительстве размеры надо задавать в целых числах, а не в иррациональных отношениях дробей.

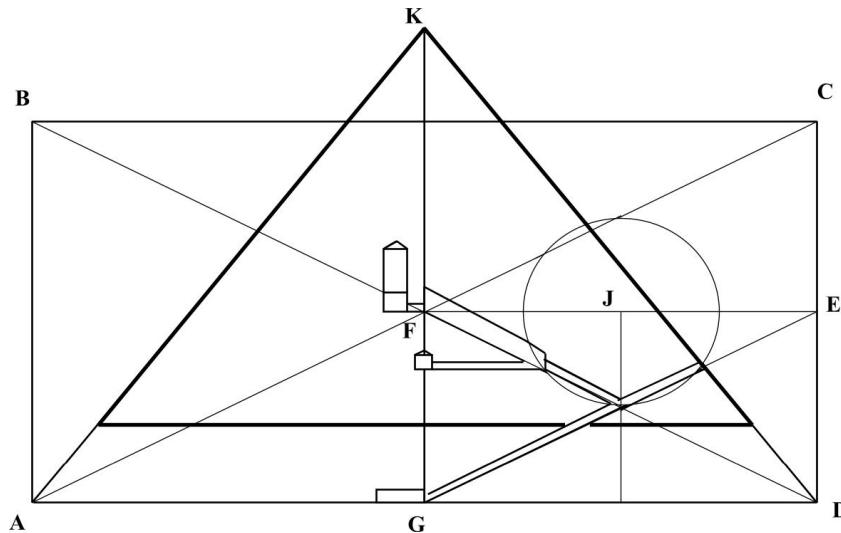


Рисунок 4 – Схема построений для определения положения средней камеры

Предлагается [11] за основу взять «самый совершенный», золотой треугольник (см. рис. 5). Строится он следующим образом. Пусть имеется прямоугольный треугольник GDK. Из вершины прямого угла G опускаем перпендикуляр на гипотенузу DK. Он разделяет треугольник на два – верхний и нижний. В верхнем треугольнике вновь опустим перпендикуляр из вершины прямого угла R на гипотенузу GK. Она опять разделит этот треугольник на две части. Все получившиеся треугольники подобны между собой, причем треугольники FRK и GDR равны между собой.

Точка R делит гипотенузу DK в среднем и крайнем отношении, то есть в отношении Золотого сечения. Большой катет GK Золотого треугольника является средним пропорциональным между его гипотенузой и меньшим катетом. Наличие такой пропорции между сторонами может служить еще одним определением Золотого треугольника, называемого в пирамидологической литературе «треугольником Кеплера» или «треугольником Прайса» [11], т.е.

$$GK^2 = DK \times GD.$$

При выполнении этого соотношения площадь грани пирамиды равна квадрату ее высоты. Именно этим равенством площадей Геродот определял пропорции пирамиды Хеопса [11].

В комментарии, которым Д.Д.Мордухай-Болтовский сопровождает обсуждение приведенного выше свидетельства Геродота [11], говорится: «если рассматривать треугольник, гипотенузой которого является апофема боковой грани, вертикальным катетом – высота пирамиды, а горизонтальным – половина стороны основания, то легко видеть, что апофема так относится к высоте, как высота к половине основания; в этом лежит зародыш принципа золотого сечения, или деления отрезка в крайнем и среднем отношении, которое должно было быть известно египтянам около 450 г. до н.э.».

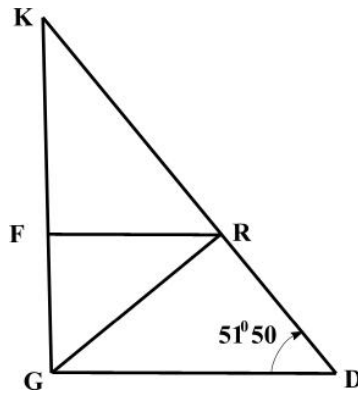


Рисунок 5 – Схема Золотого треугольника

Профессор А.П.Стахов в работе [2] также обосновал расчет высоты пирамиды через «золотой треугольник», в котором отношение сторон соответствует пропорции  $\Phi: \sqrt{\Phi} : 1$ , т.е. отношение сторон прямоугольного треугольника GDK равно  $\sqrt{\Phi} = 1,272$ . При этом угол наклона грани равен  $51^{\circ}50'$ , что хорошо согласуется с результатами многочисленных измерений.

Если с углом наклона граней мы определились, то что взять за точку отсчета: высоту пирамиды или длину основания? При обмере пирамиды сначала измерялась сторона ее основания, а затем с помощью теодолита определялся угол наклона грани. По этим данным рассчитывалась высота пирамиды. Поэтому точность измерения стороны основания могла быть порядка 1 см, а точность определения ее высоты гораздо ниже [11]. Исходя из этого, логично за основу брать сторону основания пирамиды.

Естественно, что нас должен интересовать истинный размер длины основания, который существовал до того, как была снята облицовка стен пирамиды. Считается [8], что длина стороны основания пирамиды равна 232,4 м. Зная этот размер, а также угол наклона граней, нетрудно вычислить все остальные размеры пирамиды. Однако при этом мы получаем дробные числа, которые вряд ли закладывались как основа Великой пирамиды.

Для определения целочисленных значений характерных размеров пирамиды Хеопса необходимо знать, какой системой мер пользовались египтяне по постройке пирамиды. Большинство исследователей ссылается на книгу Н.А.Васютинского, в которой он рассматривает размеры пирамиды через систему мер, принятой в Древнем Египте, а именно через «царский локоть», равный 0.466 м. В том случае длина основания пирамиды примерно соответствовала 500 «локтям». Но приведенные выше рассуждения показывают, что основание пирамиды является промежуточной величиной, а ее истинный размер находится на отметке нижней камеры. В этом случае необходимо искать другую систему мер.

Многие исследователи считают [10, 11], что существуют древние меры длины, которые и были заложены в основу при строительстве древних мегалитов. Причем эти меры длины должны соотноситься с размерами Земли [12]. Основоположник новой русской механики, академик Международной академии информатизации при ООН А.Черняев считает, что в церковном строительстве сохранилась древняя система мер [12].

Английский исследователь профессор Том выдвинул идею о существовании «стандартной» единицы измерения, принятой в древнем мире [10]. Он назвал ее «мегалитическим ярдом», равной 2,72 фута или 0,829 м. Эту величину он получил на основе многочисленных измерений характерных размеров древних сооружений, которые датируются 4700 – 3700 годами до н.э. на Пиренейском полуострове и на

Британских островах. По мнению автора [10] где-то между 3200 – 3100 годами до н.э. повсеместно произошло драматическое изменение климата, которое имело серьезные последствия для Европы и для всего мира. Установлено [10], что около 3000 года до н.э. произошел внезапный климатический сдвиг. До указанной даты Египет и Северная Африка в целом отличались гораздо более влажным климатом, чем сегодня.

Произошло явное нарушение мирового климатического режима. Оно отметило окончание самого устойчивого теплого климата после ледниковой эпохи, названного «Атлантическим климатическим периодом». Этот же самый период считается началом династического Египта, отмеченным неожиданным расцветом сложной космогонии, письменностью и изысканным изобразительным искусством.

Предположим, что характерной единицей измерения древних египтян, использовавшейся при постройке пирамид, остался мегалитический ярд. Зная примерный размер основания пирамиды, глубину расположения нижней камеры и угол наклона граней пирамиды, можно вычислить размер истинного основания пирамиды: 336 мегалитических ярдов, что равно 278,544 м. Отсюда можно получить размеры пирамиды Хеопса (см. рис. 6).

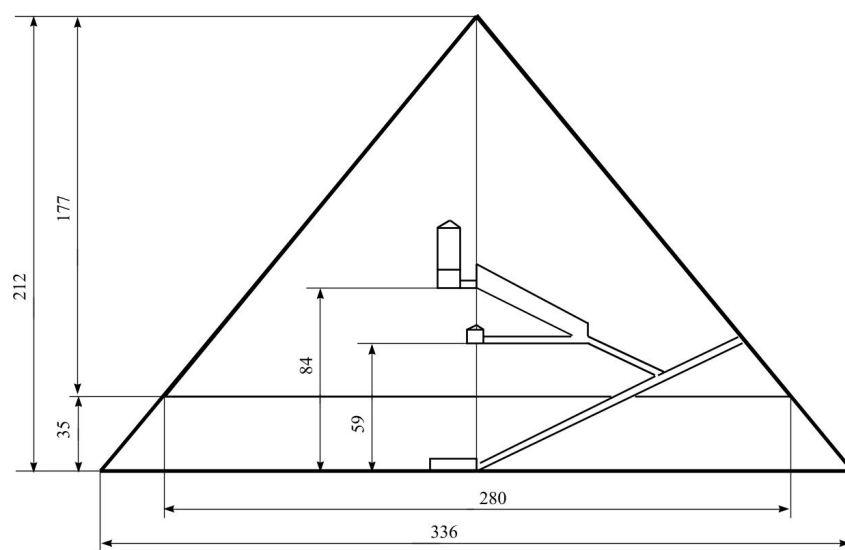


Рисунок 6 – Размеры пирамиды Хеопса (размеры даны в мегалитических ярдах)

Таким образом, мы получили основные размеры пирамиды Хеопса через Золотое сечение с использованием древних мер длины – мегалитических ярдов (м.я.). При этом высота пирамиды равна 212 м.я., что равно 175,748 м, а высота наземной части равна 177 м.я. или 146,733 м, что хорошо согласуется с известными данными. Длина основания наземной части пирамиды равна 280 м.я. или 232,12 м, что также согласуется с известными обмерами пирамиды.

Сейчас в пирамиде Хеопса сохранился 201 ряд кладки, а когда ее построили, в ней было, как считает Ходелковский Н. [10], от 215 до 220 рядов, поскольку вершина срезана метров на десять. В соответствии с нашими расчетами можно предположить, что истинное количество рядов в пирамиде было равно 212, т.е. каждый ряд по высоте равнялся одному мегалитическому ярду.

Можно предположить, что Золотое сечение позволит ответить еще на один вопрос, который практически не освещается в литературе, посвященной пирамиде, а именно – смещение верхней и нижней камер от оси пирамиды. Для ответа на этот вопрос выполним следующие построения. Впишем полукруг в двойной квадрат ABCD. На пересечении полукруга с диагоналями двойного квадрата получим точки

L и M (см. рис. 5). При этом образовалось два прямоугольных треугольника ALD и AMD. Выполним описанные выше построения для определения точек Золотого сечения (см. рис. 1). Дуга, проведенная из вершины A радиусом AL дает нам точку P, определяющую длину нижней камеры.

Выполним построения, аналогичные приведенным на рис. 1, треугольника AMD. Получим точку N, делящую катет AM в пропорции Золотого сечения. Эта точка показывает сдвиг верхней камеры от оси пирамиды.

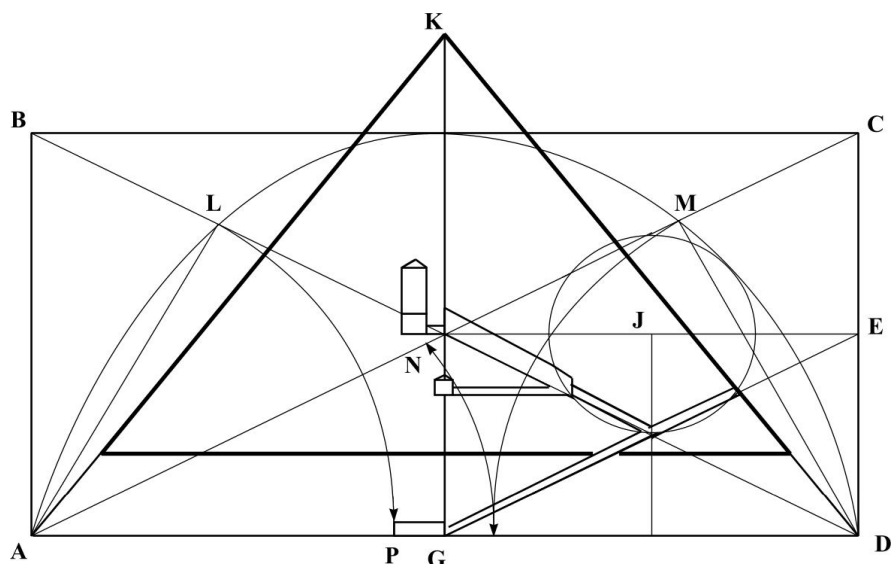


Рисунок 5 – Схема построений для определения положения верхней и нижней камер

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стахов А., Слученкова А., Щербаков И. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. – СПб.: Питер, 2005. – 320 с.
2. Стахов А.П. Под знаком «Золотого сечения»: Исповедь сына студбатовца. Глава 7. Математика Гармонии. 7.2. Международный семинар «Золотое сечение и проблемы гармонии систем» // «Академия Тринитаризма», - М., Эл. № 77-6567, публ. 14169, 2007.
3. Справочник по элементарной математике. Геометрия, тригонометрия, векторная алгебра. П/р П.Ф.Фильчикова. – К.: Наукова думка, 1967 – 442 с.
4. Бабанин В. Тайна геометрии пирамид... в египетском треугольнике и в золотом сечении. URL=<http://www.shaping.ru/mku/babanin03.asp>
5. Пирамида Хеопса – характерные размеры. URL=<http://www.board74.ru/articles/geometry/heops.html>
6. Еще одна гипотеза о размерах и пропорциях пирамиды Хеопса. URL=<http://www.egyptportal.ru/content/view/131/26/>
7. Силиотти А. Египет. Пирамиды. Атлас чедес света. – М., БММ АО, 1999.
8. Замаровский В. Їх величності піраміди. – К.: Веселка, 1988. – 373 с.
9. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – М., СПб.: ДИЛЯ, 2006 – 367 с.
10. Фарлонг Д. Стоунхендж и пирамиды Египта. Ключи от храма жизни. – М.: ВЕЧЕ, 1999. – 400 с.
11. Щетников А.И. Золотое сечение, квадратные корни и пропорции пирамид в Гизе. URL=<http://www.nsu.ru/dassics/Pythagoras/Pyramis.pdf>
12. Золото небесного счета (беседа с Черняевым А.Ф.) – Наука и Религия. - № 7-8. – URL=<http://kladina.narod.ru/chernjaev2/chernjaev2.htm>
13. Черняев А.Ф. Золото Древней Руси. – М. - 1998. URL=<http://kladina.narod.ru/chernjaev/chernjaev.htm>
14. Ходоковский Н. Спираль времени или будущее, которого не было. - URL=<http://www.Universalinternetlibrary.ru/book/hodakov.shtml>